

Completing the Square - Lesson 2

Completing the Square (x coefficient odd)

LI

- Write a quadratic expression of the form $x^2 + bx + c$, where b is odd, in the form $(x + p)^2 + q$.

SC

- Fractions.
- Simplify expressions.

Any quadratic expression can be written in the form :

$$r(x + p)^2 + q$$

This is called **completing the square**.

In N5 Maths, $r = 1$

Completing the square is useful
in studying quadratic graphs

Example 1

Express $x^2 + 3x + 5$ in the form $(x + p)^2 + q$.

$$\begin{aligned}
 & x^2 + 3x + 5 \\
 & \text{half the } x\text{-coefficient} \\
 & = (x + 3/2)^2 - 9/4 + 5 \\
 & \quad \nearrow \qquad \searrow \\
 & \quad \text{square and subtract it to} \\
 & \quad \text{keep expression the} \\
 & \quad \text{same} \\
 & \quad (\text{always subtract here}) \\
 \\
 & = (x + 3/2)^2 - 9/4 + 20/4 \\
 \\
 & = \boxed{(x + 3/2)^2 + 11/4}
 \end{aligned}$$

Example 2

Express $x^2 - 7x - 2$ in the form $(x + p)^2 + q$.

$$\begin{aligned}x^2 - 7x - 2 \\&= (x - 7/2)^2 - 49/4 - 2 \\&= (x - 7/2)^2 - 49/4 - 8/4 \\&= \boxed{(x - 7/2)^2 - 57/4}\end{aligned}$$

Express these quadratics in the form $(x + p)^2 + q$:

1) $u^2 - 3u + 1$

2) $g^2 + 5g - 8$

3) $z^2 - z - 1$

4) $p^2 - 7p + 4$

5) $e^2 - 9e + 8$

6) $a^2 - 3a - 1$

7) $u^2 + 7u + 7$

8) $h^2 - 11h - 2$

9) $i^2 + 5i + 7$

10) $s^2 - 7s + 12$

11) $c^2 - 3c + 17$

12) $z^2 + 5z + 34$

13) $i^2 + 9i + 32$

14) $s^2 - 7s + 19$

15) $k^2 + 11k + 122$

16) $x^2 + 3x - 55$

17) $f^2 - 13f + 65$

18) $b^2 + 7b + 77$

19) $k^2 - 15k + 87$

20) $a^2 + 21a - 4$

Answers

1) $(u - 3/2)^2 - 5/4$

2) $(g + 5/2)^2 - 57/4$

3) $(z - 1/2)^2 - 5/4$

4) $(p - 7/2)^2 - 33/4$

5) $(e - 9/2)^2 - 49/4$

6) $(a - 3/2)^2 - 13/4$

7) $(u + 7/2)^2 - 21/4$

8) $(h - 11/2)^2 - 129/4$

9) $(i + 5/2)^2 + 3/4$

10) $(s - 7/2)^2 - 1/4$

11) $(c - 3/2)^2 + 59/4$

12) $(z + 5/2)^2 + 111/4$

13) $(i + 9/2)^2 + 47/4$

14) $(s - 7/2)^2 + 27/4$

15) $(k + 11/2)^2 + 367/4$

16) $(x + 3/2)^2 - 229/4$

17) $(f - 13/2)^2 + 91/4$

18) $(b + 7/2)^2 + 259/4$

19) $(k - 15/2)^2 + 123/4$

20) $(a + 21/2)^2 - 457/4$