

Completing the Square - Lesson 1

Completing the Square (x coefficient even)

LI

- Write a quadratic expression of the form $x^2 + bx + c$, where b is even, in the form $(x + p)^2 + q$.

SC

- Simplify expressions.

Any quadratic expression can be written in the form :

$$r(x + p)^2 + q$$

This is called completing the square.

In N5 Maths, $r = 1$

Completing the square is useful
in studying quadratic graphs

Example 1

Express $x^2 + 6x + 13$ in the form $(x + p)^2 + q$.

$$\begin{aligned} & x^2 + 6x + 13 \\ & \text{half the x-coefficient} \swarrow \\ & = (x + 3)^2 - 9 + 13 \\ & \quad \quad \quad \swarrow \\ & \quad \quad \quad \text{square and subtract it to} \\ & \quad \quad \quad \text{keep expression the} \\ & \quad \quad \quad \text{same} \\ & \quad \quad \quad \text{(always subtract here)} \\ & = \boxed{(x + 3)^2 + 4} \end{aligned}$$

Example 2

Express $x^2 - 8x + 1$ in the form $(x + p)^2 + q$.

$$\begin{aligned} & x^2 - 8x + 1 \\ &= (x - 4)^2 - 16 + 1 \\ &= (x - 4)^2 - 15 \end{aligned}$$

Express these quadratics in the form $(x + p)^2 + q$:

1) $u^2 - 8u + 18$	11) $c^2 - 6c + 10$	21) $p^2 + 8p + 3$
2) $g^2 + 10g + 24$	12) $z^2 + 6z + 21$	22) $k^2 - 6k + 16$
3) $z^2 - 4z - 1$	13) $i^2 + 4i + 1$	23) $m^2 + 10m + 10$
4) $p^2 - 6p + 14$	14) $s^2 - 4s + 8$	24) $z^2 - 10z + 7$
5) $e^2 - 12e + 8$	15) $k^2 + 10k + 9$	25) $q^2 + 8q - 10$
6) $a^2 - 6a - 1$	16) $x^2 + 10x - 5$	26) $g^2 + 8g + 10$
7) $u^2 + 6u + 20$	17) $f^2 - 6f + 11$	27) $y^2 + 8y - 84$
8) $h^2 - 10h - 4$	18) $b^2 + 8b + 5$	28) $y^2 + 4y - 126$
9) $i^2 + 12i - 7$	19) $k^2 - 10k + 33$	29) $d^2 + 6d + 211$
10) $s^2 - 8s + 4$	20) $a^2 + 8a - 4$	30) $i^2 - 4i - 796$

Answers

1) $(u - 4)^2 + 2$	11) $(c - 3)^2 + 1$	21) $(p + 4)^2 - 13$
2) $(g + 5)^2 - 1$	12) $(z + 3)^2 + 12$	22) $(k - 3)^2 + 7$
3) $(z - 2)^2 - 5$	13) $(i + 2)^2 - 3$	23) $(m + 5)^2 - 15$
4) $(p - 3)^2 + 5$	14) $(s - 2)^2 + 4$	24) $(z - 5)^2 - 18$
5) $(e - 6)^2 - 28$	15) $(k + 5)^2 - 16$	25) $(q + 4)^2 - 26$
6) $(a - 3)^2 - 10$	16) $(x + 5)^2 - 30$	26) $(g + 4)^2 - 6$
7) $(u + 3)^2 + 11$	17) $(f - 3)^2 + 2$	27) $(y + 4)^2 - 100$
8) $(h - 5)^2 - 29$	18) $(b + 4)^2 - 11$	28) $(y + 2)^2 - 130$
9) $(i + 6)^2 - 43$	19) $(k - 5)^2 + 8$	29) $(d + 3)^2 + 202$
10) $(s - 4)^2 - 12$	20) $(a + 4)^2 - 20$	30) $(i - 2)^2 - 800$